

La funzione $y = \cot x$.

Questa funzione è definibile come la reciproca di $y = \tan x$.

Si ha: $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ con $\tan x \neq 0$.

Si legge: (cotangente dell'angolo x).

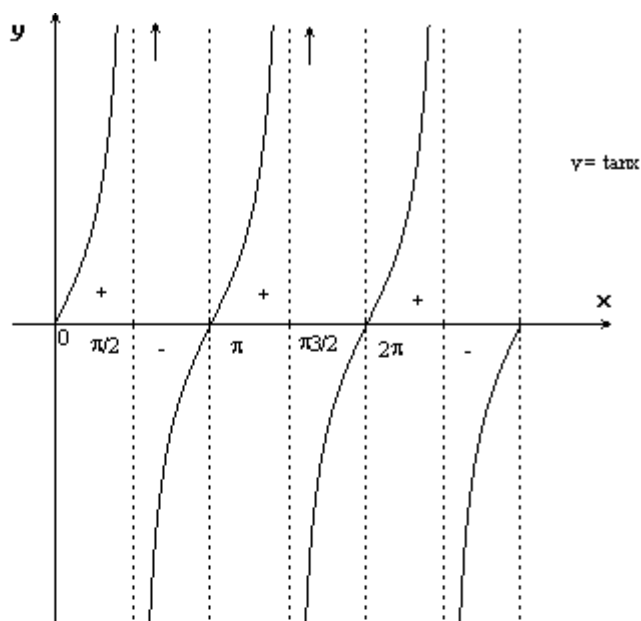
Essendo $\tan x \neq 0$ per $x_1 \neq 0; x_2 \neq \pi; x_3 \neq 2\pi$, il dominio di $\cot x$ è:

$X \equiv (0; \pi) \cup (\pi; 2\pi)$, mentre il suo codominio è $Y \equiv \mathbb{R} \rightarrow Y \equiv (-\infty; +\infty)$. Si può scrivere:

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \text{ con } \sin x \neq 0.$$

Dal fatto che $\cot x$ è reciproca di $\tan x$ scende:

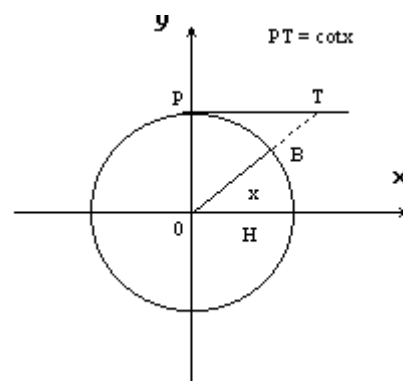
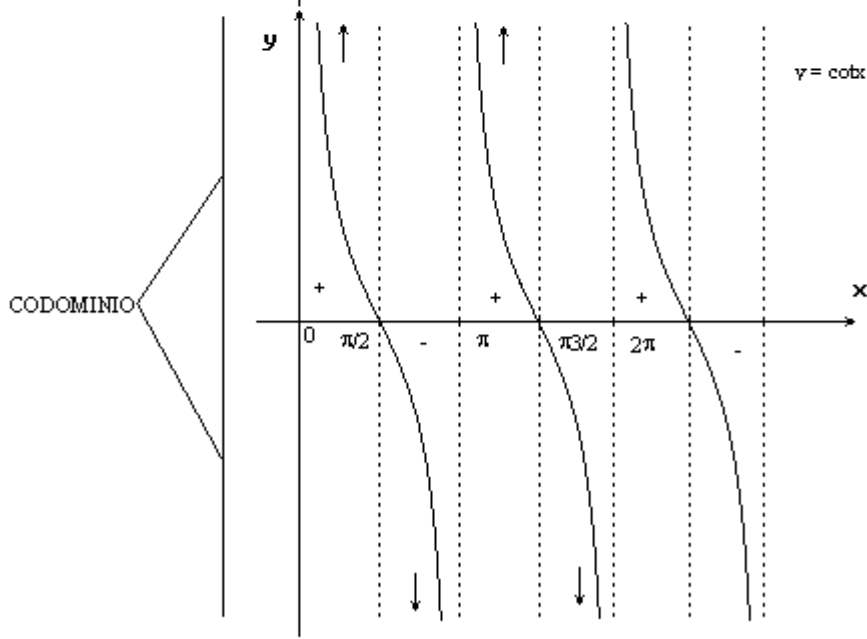
- 1) I segni di $\cot x$ nei quattro quadranti sono uguali a quelli di $\tan x$;
- 2) L'andamento della funzione $y = \cot x$ è opposto a quello della $y = \tan x$.
Il grafico di $y = \cot x$ è detto cotangente.
- Il lettore può dedurlo facilmente da quello della tangente.
- 3) $y = \cot x$ ha gli asintoti verticali: $x = 0, x = \pi, x = 2\pi$.



Per quanto già detto per $y = \tan x$ scende:

$$\begin{aligned} \cot \frac{\pi}{2} &= 0; \\ \cot \frac{3}{2}\pi &= 0; \\ \cot \frac{\pi}{6} &= \sqrt{3}; \\ \cot \frac{\pi}{3} &= \frac{\sqrt{3}}{3}; \cot \frac{\pi}{4} = 1; \end{aligned}$$

sul cerchio goniometrico la $y = \cot x$ è espressa dal segmento PT riportato nella seguente figura:



La dimostrazione è del tutto simile a quella effettuata per $y = \tan x$.

Si ha inoltre:

- 1) $y = \cot x$ è dispari $\rightarrow \cot(-x) = -\cot x$.
- 2) $y = \cot x$ è periodica con periodo fondamentale $T = \pi$ e multiplo $T + k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

Le considerazioni ai punti 1) e 2) sono verificabili dal lettore in modo analogo a quanto fatto per la $y = \tan x$.

Equazione e disequazione elementari in $\cot x$

DEFINIZIONE

Si dicono rispettivamente equazione e disequazione elementari in $\cot x$ le scritture:

$$\cot x = l \wedge \cot x \geq l \text{ con } l \in \mathbb{R}$$

Per entrambe vale quanto già detto per le corrispondenti scritture relative alla $\tan x$.

Si procede con il seguente

ESEMPIO

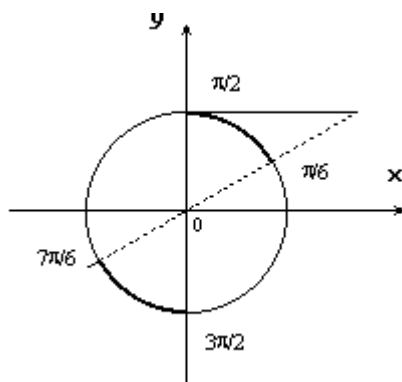
a) Risolvere: $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Si ha:

$$x_1 = \frac{\pi}{6}; x_2 = \frac{\pi}{6} + \pi = \frac{7}{6}\pi \text{ soluzione fondamentale}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + k\pi \text{ con } k \in \mathbb{Z} \text{ soluzione generale}$$

si scrive anche $x = \text{arc cot}(l)$ [l'angolo la cui cotangente è l].

b) Risolvere: $\cot x \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$. Dal cerchio trigonometrico risulta:



$$\text{Si ha: } X \equiv \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right] \cup \left[\frac{7}{6}\pi; \frac{3}{2}\pi \right].$$

Il lettore stabilisca lo stesso risultato utilizzando il grafico della cotangente.