Le funzioni: cosec (x) e sec (x)

DEFINIZIONE

Si dicono cosec(x) e sec(x) le funzioni rispettivamente reciproche di sen x e di cos x.
In simboli:

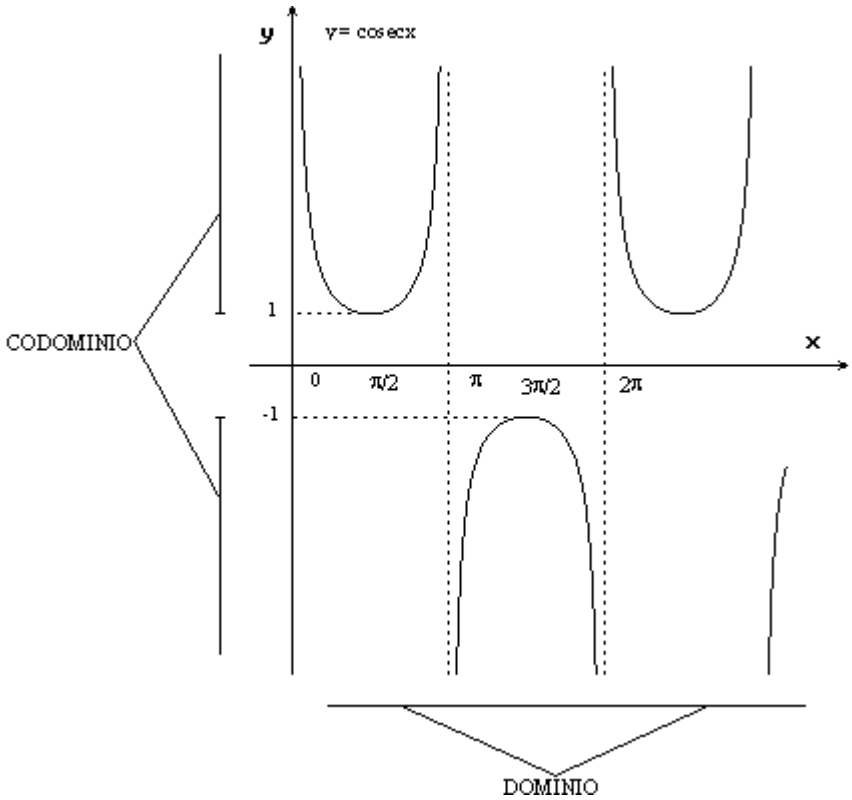
$$\text{cosec}x = \frac{1}{senx} \text{ per } senx \neq 0$$
$$\sec x = \frac{1}{\cos x} \text{ per } \cos x \neq 0$$

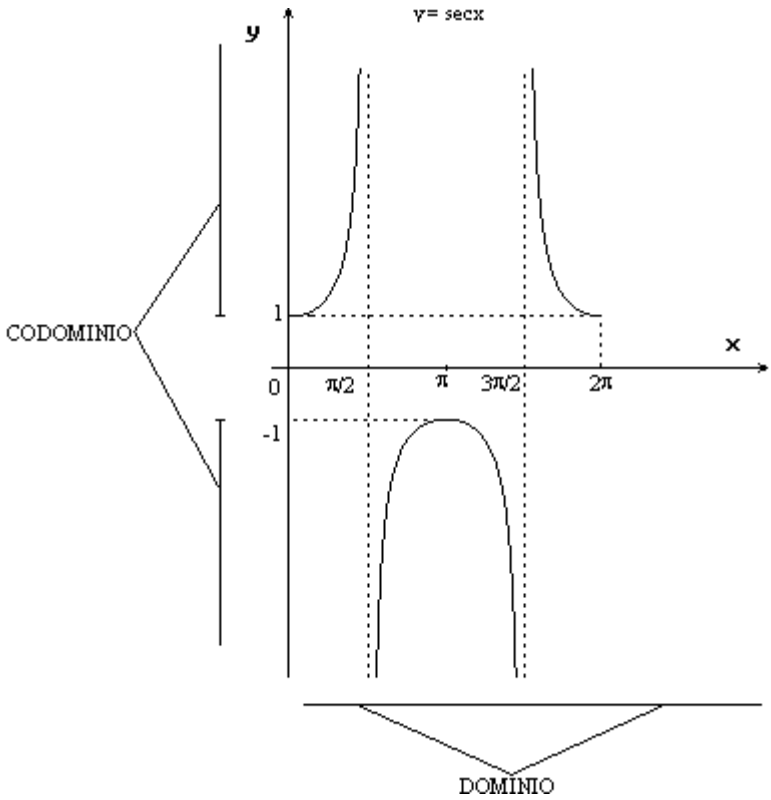
In particolare si ha:

$$y = \text{cosec}x \begin{cases} \text{Dominio X} \equiv \{(0;\pi) \cup (\pi;2\pi)\} \\ \text{Codominio Y} \equiv \{(-\infty;-1] \cup [1;+\infty)\} \end{cases}$$

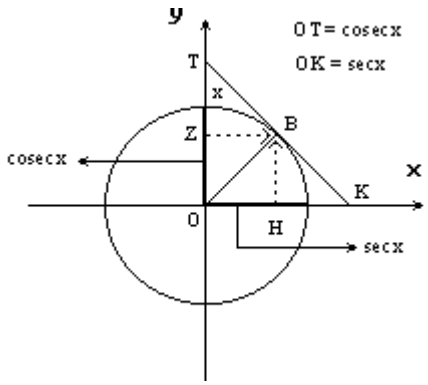
$$y = \sec x \begin{cases} \text{Dominio X} \equiv \left[0;\frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\frac{\pi}{2};\frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi;2\pi\right] \\ \text{Codominio Y} \equiv (-\infty;-1] \cup [1;+\infty) \end{cases}$$

Inoltre i loro segni sono rispettivamente uguali a quelli del sen x e cos x, mentre l'andamento dei loro grafici è rispettivamente opposto a quello del sen x e cos x.





Nel cerchio trigonometrico le y = cosec x e y = sec x sono rappresentate rispettivamente dalle misure dei segmenti staccati sull'asse delle ordinate e delle ascisse della tangente geometrica condotta per il secondo estremo dell'arco che sottende l'angolo x.



Per la dimostrazione si considerano i triangoli simili: $O\overset{\Delta}{B}T$ e $O\overset{\Delta}{B}H$, si ha: OT : OB = OB : BH $\rightarrow$ OT : 1 = 1 : sen x, quindi: $OT = \dfrac{1}{senx} \rightarrow OT = \text{cosecx}$.

L'analoga dimostrazione avente per tesi: OK = sec x si lascia al lettore.

Si noti inoltre che: y = cosec x è dispari, ha per asintoti le rette $x = 0$, $x = \pi$ e $x = 2\pi$ e ha periodo T = 2π; y = sec x è pari, ha per asintoti le rette $x = \dfrac{\pi}{2}$; $x = \dfrac{3}{2}\pi$ e ha periodo T = 2π.